

Cálculo de Malliavin y aproximaciones normales.

David Nualart, Universidad de Kansas, EUA

El objetivo de este curso es mostrar como el cálculo de Malliavin, combinado con el método de Stein, permite obtener estimaciones de la distancia entre la ley de un funcional de un proceso gaussiano y la ley normal estándar. El contenido de las cuatro sesiones del curso será el siguiente:

- 1) En la primera sesión introduciremos el proceso de movimiento browniano y estudiaremos sus propiedades básicas: variación cuadrática, continuidad Hölder de sus trayectorias y autosimilitud. Definiremos integrales estocásticas de procesos estocásticos adaptados y de cuadrado integrable, así como integrales estocásticas múltiples de núcleos simétricos. Finalmente, presentaremos el desarrollo en caos de Wiener para todo funcional de cuadrado integrable.
- 2) La segunda sesión será una breve introducción al cálculo de Malliavin, o cálculo estocástico de variaciones respecto del movimiento browniano. Introduciremos la derivada y la divergencia y demostraremos la fórmula de integración por partes que permite definir los espacios de Sobolev correspondientes. Demostraremos como estos operadores actúan sobre el caos de Wiener.
- 3) En esta sesión introduciremos el método de Stein para aproximaciones normales. El punto de partida es la ecuación de Stein que permite obtener acotaciones útiles para la distancia entre una ley de probabilidad en la rectal real y la ley normal estándar. Luego calcularemos estas cotas en el caso particular de funcionales del movimiento browniano, o más generalmente, de un proceso gaussiano arbitrario. Estos ingredientes nos conducirán a una demostración simple del Teorema del Momento de Cuarto Orden y nos proporcionarán versiones cuantitativas de teoremas centrales del límite.
- 4) La última sesión se dedicará al estudio del movimiento browniano fraccionario, que es una generalización del movimiento browniano en la que los incrementos no son independientes. Presentaremos propiedades básicas de este proceso, como su representación integral, autosimilitud, y el cálculo de la variación de orden $1/H$, donde H es el parámetro de Hurst. Utilizando las aproximaciones normales estableceremos teoremas centrales del límite para la p -variación de los incrementos del movimiento browniano fraccionario.